

## Les Colonnes Cylindriques Transparentes Unicolores et Bicolores

PAR TIBERIU ROMAN

*Institut de Pétrole, Gaz et Géologie, București, Roumanie*

(Reçu le 5 janvier 1970)

By unrolling the surface of a cylinder into a double-faced plane, the cylindrical, double-faced columns, with single-coloured ( $\mathcal{T}$ ) or two-coloured ( $\mathcal{T}_2$ ) patterns and their symmetries, are studied. A symmetry is the isometric mapping of the column and its pattern set onto themselves, and is characterized by the retention or change of the patterns between the two faces, or by the colour-retention or colour-change of the patterns. All possible classes of these discontinuous columns are derived for the cases with and without translation. As extreme cases, the columns with an infinite-fold cylinder axis and those with an infinite screw pitch are given. For particular values of  $m$ , the rotational component order of the fundamental rototranslation, the 945 types of proper crystallographic, two-coloured, transparent, columns  $\mathcal{T}_{2c}^2$  are deduced. Illustrations are given for the unrolling into a double-faced plane of some types of  $\mathcal{T}_{2c}^2$  columns, of the two-coloured, bifacial columns without translation,  $\overline{\mathcal{T}}_2^2$ , and of the two-coloured, semicontinuous oblique columns.

### 1. Les colonnes transparentes unicolores

#### 1.1. Définitions

Une *colonne cylindrique transparente unicolore*  $\mathcal{T}$  est la surface d'un cylindre circulaire infini  $S$ , dont les deux faces (considérées comme étant distinctes) sont pourvues d'un ensemble de motifs.

Un *motif* est constitué d'un ensemble (marqué d'une certaine manière) de points de  $S$ , n'admettant aucune symétrie. Pour chaque motif, on précise s'il est situé sur la face extérieure ou intérieure du cylindre.

Une *symétrie* de  $\mathcal{T}$  est une application isométrique de la colonne sur elle-même, ainsi que de l'ensemble des motifs sur lui-même, telle que les faces de  $S$  ne soient pas échangées. Les colonnes  $\mathcal{T}$  qui admettent seulement ces symétries seront appelées *unilatérales* et notées  $\mathcal{T}'$ . Si tous les motifs se trouvent sur la face extérieure, la colonne sera notée  $\mathcal{T}'_e$  et s'ils se trouvent sur la face intérieure.  $\mathcal{T}'_i$ .

Une *s-symétrie* de  $\mathcal{T}$  est une symétrie suivie d'un échange des motifs entre les deux faces du cylindre. Soit  $F$  la *s-symétrie* qui fait correspondre à chaque point de la face extérieure de  $S$  le même point considéré sur la face intérieure et réciproquement. Les colonnes  $\mathcal{T}$  qui admettent aussi  $F$  seront appelées *bilatérales* et notées  $\mathcal{T}''$ . Les colonnes  $\mathcal{T}$  qui admettent des *s-symétries* sans admettre  $F$  seront appelées *bifaciales* et notées  $\mathcal{T}^2$ .

#### 1.2. Les symétries des colonnes $\mathcal{T}$ et des ornements à deux faces

La méthode géométrique utilisée en Roman (1969a) montre immédiatement que les colonnes  $\mathcal{T}'$  sont les colonnes  $\mathcal{S}$  de Roman (1969a), tandis que les colonnes  $\mathcal{T}''$  s'en déduisent en ajoutant la *s-symétrie*  $F$ .

La correspondance entre les symétries des colonnes  $\mathcal{T}'$  (ou  $\mathcal{S}$ ) et celles des ornements plans est donnée dans le Tableau 1 de Roman (1969a).

La correspondance entre les symétries de  $\mathcal{T}''$  (et  $\mathcal{T}^2$ ) et celles des ornements à deux faces peut être obtenue à partir du Tableau 1 de Roman (1969a) en ajoutant les *s-transformations* de chaque transformation et en observant qu'à  $F$  correspond la symétrie par rapport à  $P$ , plan du réseau de l'ornement.

#### 1.3. Les classes des colonnes $\mathcal{T}$

Les colonnes  $\mathcal{T}'$  et  $\mathcal{S}$  ont donc les mêmes classes de symétrie:

- 2 classes de colonnes  $\mathcal{T}'$  (sans translation), [v. le Tableau 4 de Roman (1969a)];
- 17 classes de colonnes  $\mathcal{T}'_i$  (à translation), [v. le Tableau 3 de Roman (1969a)];
- 6 classes de colonnes  $\mathcal{T}'$  semicontinues et le type continu [v. Figs. 77-82 de Roman (1969a)].

Les colonnes  $\mathcal{T}''$  admettent les mêmes classes que  $\mathcal{T}'$ ; dans les Tableaux 3 et 4 de Roman (1969a) il faut ajouter la *s-symétrie*  $F$  et son produit par les symétries de chaque classe.

Les classes des colonnes  $\mathcal{T}^2$  sont mises en correspondance biunivoque avec les classes des colonnes bicolores  $\mathcal{S}_2$  de Roman (1969b) en considérant les motifs d'une couleur comme situés sur la face extérieure, tandis que ceux de l'autre couleur sont situés sur la face intérieure. Il s'ensuit que les colonnes  $\mathcal{T}^2$  ont les mêmes classes de symétrie:

- 3 classes de colonnes  $\overline{\mathcal{T}}_2^2$  (sans translation) [v. le théorème II de Roman (1969b)];
- 67 classes de colonnes  $\mathcal{T}_2^2$  (à translation) [v. le théorème I de Roman (1969b)];
- 9 classes de colonnes  $\mathcal{T}^2$  semicontinues [v. Fig. 71-79 et le paragraphe 11 de Roman (1969b)].

### 2. Les colonnes transparentes bicolores

#### 2.1. Définitions

Une *colonne cylindrique transparente bicolore*  $\mathcal{T}_2$  est la surface d'un cylindre circulaire infini  $S$ , dont les deux

faces (considérées distinctes) sont pourvues d'un ensemble de motifs bicolores.

Un *motif bicolore* est constitué d'un ensemble (marqué d'une certaine manière) de points de  $S$  n'admettant aucune symétrie; pour chaque motif, on précise s'il est situé sur la face extérieure ou intérieure du cylindre et si ses points sont affectés de la 'couleur' blanche ou noire.

Une *symétrie* de  $\mathcal{T}_2$  est une application isométrique de la colonne sur elle-même, ainsi que de l'ensemble des motifs sur lui-même, en gardant les couleurs et les faces de  $S$ .

Une *antisymétrie* de  $\mathcal{T}_2$  est une symétrie suivie de l'inversion de couleur des points; une *s-symétrie* de  $\mathcal{T}_2$  est une symétrie suivie d'un échange des motifs entre les deux faces du cylindre; une *s-antisymétrie* de  $\mathcal{T}_2$  est une *s-symétrie* suivie de l'inversion de couleur des points ou une *antisymétrie* suivie d'un échange des motifs entre les deux faces du cylindre. S'il y a une translation parmi les symétries d'une colonne  $\mathcal{T}_2$ , on l'appellera  $\mathcal{T}_{2t}$ , sinon  $\mathcal{T}_2$ .

Soit  $F$  la *s-symétrie* qui fait correspondre à chaque point de la face extérieure de  $S$  le même point considéré sur la face intérieure et réciproquement.

Nous classons les colonnes  $\mathcal{T}_2$  en: *unilatérales* ( $\mathcal{T}'_2$ ) si elles n'admettent que des symétries et antisymétries, (si tous les motifs se trouvent sur la face extérieure, nous appelons la colonne  $\mathcal{T}'_{2e}$  et s'ils se trouvent sur la face intérieure  $\mathcal{T}'_{2i}$ ); *bilatérales* ( $\mathcal{T}''_2$ ) si elles admettent la *s-symétrie*  $F$  ou la *s-antisymétrie*  $aF$ ; *bifaciales* ( $\mathcal{T}'''_2$ ) si elles admettent des *s-* et *as-symétries* sans admettre  $F$  ou  $aF$ .

Une colonne  $\mathcal{T}_2$  est nommée *cristallographique* ( $\mathcal{T}_{2c}$ ) si elle a un axe (ou antiaxe) hélicoïdal d'un des ordres 1, 2, 3, 4, 6 ou bien un axe (ou antiaxe) de symétrie composée d'un des ordres 2, 4, 6. Il résulte que toute colonne  $\mathcal{T}_{2c}$  est une colonne  $\mathcal{T}_{2t}$ .

Un *ornement bicolore en relief* (ou à deux faces) est un ensemble de motifs tridimensionnels (ou plans, à deux faces) de deux couleurs, ensemble invariant (avec ou sans changement de couleur) par rapport à la translation  $n_1\mathbf{t}_1 + n_2\mathbf{t}_2$ , où  $\mathbf{t}_1$  et  $\mathbf{t}_2$  sont deux vecteurs formant une base (ou une maille simple) dans le plan, tandis que  $n_1$  et  $n_2$  sont des nombres entiers. Les 368 types d'ornements bicolores en relief sont connus [v. par exemple leurs déductions géométrique dans Roman (1965) et algébrique dans Roman (1966)].

## 2.2. Correspondance entre les symétries des colonnes $\mathcal{T}_2$ et celles d'ornements bicolores à deux faces.

En développant une colonne  $\mathcal{T}_2$  sur un plan, on obtient une bande à deux faces de largeur  $2\pi r$ , bordée par des génératrices du cylindre  $S$  (de rayon  $r$ ). Cette bande est une partie d'ornement bicolore en relief (ou à deux faces).

D'une manière analogue à celle utilisée en Roman (1969a), on établit que les développements plans des colonnes  $\mathcal{T}_2$  n'appartiennent qu'aux 257 types d'ornements bicolores à deux faces, types de réseaux de paral-

lélogrammes, de rectangles et de losanges (Roman, 1965).

La correspondance entre une symétrie de colonne  $\mathcal{T}_2$  et celle de l'ornement bicolore à deux faces peut être établie immédiatement et est donnée dans le Tableau 1(a) et (b).

Les 12 points du Tableau 1(b) peuvent être obtenus à partir des 12 premiers points du Tableau 1(a), en éliminant dans la colonne de gauche la lettre  $s$  et dans la colonne de droite la symétrie par rapport à  $P$ , plan du réseau de l'ornement.

## 2.3. Les classes des colonnes $\mathcal{T}'_2$ et $\mathcal{T}''_2$

Puisque les colonnes  $\mathcal{T}'_{2e}$  n'admettent aucune *s-symétrie*, elles coïncident avec les colonnes  $\mathcal{S}_2$ , ayant tous les motifs situés sur la face extérieure de  $S$ . Il y a donc: 3 classes de colonnes  $\mathcal{T}'_{2e}$  (sans translation), 67 classes de  $\mathcal{T}'_{2et}$  (à translation) et 9 classes de colonnes continues  $\mathcal{T}'_{2e}$  (Roman, 1969b). Les mêmes résultats sont valables pour les classes de  $\mathcal{T}'_{2i}$ .

Les symétries des colonnes  $\mathcal{T}'_{2e}$  (ou  $\mathcal{T}'_{2i}$ ) sont celles des colonnes  $\mathcal{S}_2$  (v. §§ 3-7 de Roman, 1969b). Les types cristallographiques sont donnés dans le théorème III de Roman (1969b).

Les colonnes  $\mathcal{T}''_2$  sont de deux espèces:  $\mathcal{T}''_{2F}$  qui admettent la *s-symétrie*  $F$  et  $\mathcal{T}''_{2aF}$  qui admettent la *s-antisymétrie*  $aF$ . Les colonnes  $\mathcal{T}''_{2F}$  sont bicolores sur une face, c'est-à-dire que le nombre des classes coïncide avec celui des colonnes  $\mathcal{S}_2$ . Les colonnes  $\mathcal{T}''_{2aF}$  peuvent être (a) unicolores sur une face\* ou (b) bicolores sur chaque face†; (a) le nombre de classes coïncide avec celui des colonnes  $\mathcal{S}$  [il y a donc 2 classes de colonnes  $\mathcal{T}''_{2aF}{}^{\text{unic}}$  sans translation, 17 classes de colonnes  $\mathcal{T}''_{2aF}{}^{\text{unic}}$  à translation, 7 classes de colonnes  $\mathcal{T}''_{2aF}{}^{\text{unic}}$  continues (Roman, 1969a)]; (b) le nombre de classes coïncide avec celui des colonnes  $\mathcal{S}_2$ .

Les symétries de chaque classe des colonnes  $\mathcal{T}''_{2F}$  sont celles de la classe correspondante des colonnes  $\mathcal{S}_2$  [v. §§ 3-7 de Roman (1969b)], auxquelles on ajoute  $F$  et son produit par les symétries admises.

Les symétries de chaque classe des colonnes  $\mathcal{T}''_{2aF}$  se déduisent de celles de la classe correspondante des colonnes  $\mathcal{S}$  [v. Tableaux 3, 4 de Roman (1969a)] en ajoutant  $aF$  et son produit par les symétries admises, tandis que pour les colonnes  $\mathcal{T}''_{2aF}{}^{\text{bic}}$ , on procède de la même manière dans les §§ 3-7 de Roman (1969b).

Les types cristallographiques de  $\mathcal{T}''_{2F}$  et  $\mathcal{T}''_{2aF}{}^{\text{bic}}$  sont donnés dans le théorème III de Roman (1969b); ceux de  $\mathcal{T}''_{2aF}{}^{\text{unic}}$  sont donnés dans les Tableaux 2 ou 3-ter de Roman (1969a).

## 2.4. Les colonnes $\mathcal{T}^2_{2t}$

Des 257 types d'ornements bicolores à deux faces, qui peuvent constituer le développement plan des colonnes  $\mathcal{T}_2$ , il y a 99 types [ceux déduits de 30 types d'ornements bicolore plans - dûs aux réseaux paral-

\* Désignées  $\mathcal{T}''_{2aF}{}^{\text{unic}}$   
† Désignées  $\mathcal{T}''_{2aF}{}^{\text{bic}}$

léogrammiques, rectangulaires et rhombiques – par les procédés  $a, b_1, b_2, b_3$  [v. § 3.4 de Roman (1965)] qui sont le développement des colonnes  $\mathcal{T}'_2$  et  $\mathcal{T}''_2$ . En étu-

diant chacun des 158 autres types, on déduit les 352 classes des colonnes  $\mathcal{T}'_{2r}$ . Pour systématiser l'étude, ces classes sont groupées d'après celles des colonnes unico-

Tableau 1(a). *Correspondance des symétries cylindrique et plane (bicolore, à deux faces)*

Symétrie de la colonne $\mathcal{T}_2$	Symétrie de l'ornement bicolore à deux faces
1 $s$ -translation ( $sT$ )	translation longitudinale et 13
2 $s$ -antittranslation ( $saT$ )	antittranslation longitudinale et 13
3 $s$ -rotation ( $sR$ ) autour de l'axe du cylindre $S$	translation transversale et 13
4 $s$ -antirotation ( $saR$ ) autour de l'axe du cylindre $S$	antittranslation transversale et 13
5 $s$ -rototranslation ( $sRT$ ) autour de l'axe du cylindre $S$	translation dans une autre direction et 13
6 $s$ -antirototranslation ( $saRT$ ) autour de l'axe du cylindre $S$	antittranslation dans une autre direction et 13
7 $s$ -symétrie ( $sm^t$ ) [ou $s$ -symétrie composée ( $sR_c$ ) par rapport à un plan transversal]	rotation (ou rototranslation) autour d'un axe binaire, transversal de $P^*$
8 $s$ -antisymétrie ( $sam^t$ ) [ou $s$ -antisymétrie composée ( $saR_c$ ) par rapport à un plan transversal]	antirotation (ou antirototranslation) autour d'un axe binaire, transversal de $P^*$
9 $s$ -symétrie ( $sm^a$ ) [ou $s$ -symétrie avec glissement ( $sm^g$ ) par rapport à un plan axial]	rotation (ou rototranslation) autour d'un axe binaire, longitudinal de $P^*$
10 $s$ -antisymétrie ( $sam^a$ ) [ou $s$ -antisymétrie avec glissement ( $sam^g$ ) par rapport à un plan axial]	antirotation (ou antirototranslation) autour d'un axe binaire, longitudinal de $P^*$
11 $s$ -rotation ( $sr$ ) autour d'un axe binaire, normal à l'axe du cylindre	symétrie par rapport à un point de $P^*$
12 $s$ -antirotation ( $sar$ ) autour d'un axe binaire, normal à l'axe du cylindre	antisymétrie par rapport à un point de $P^*$
13 $F$	symétrie par rapport à $P^*$
14 $aF$	antisymétrie par rapport à $P^*$

\*  $P$  est le plan de l'ornement.

Tableau 1(b). *Correspondance des symétries bicolores cylindriques et planes*

Symétrie de la colonne $\mathcal{T}_2$ (ou $\mathcal{S}_2$ )	Symétrie de l'ornement plan bicolore
1 translation ( $T$ )	translation longitudinale
2 antittranslation ( $aT$ )	antittranslation longitudinale
3 rotation ( $R$ ) autour de l'axe du cylindre $S$	translation transversale
4 antirotation ( $aR$ ) autour de l'axe du cylindre $S$	antittranslation transversale
5 rototranslation ( $RT$ ) autour de l'axe du cylindre $S$	translation dans une autre direction
6 antirototranslation ( $aRT$ ) autour de l'axe du cylindre $S$	antittranslation dans une autre direction
7 symétrie ( $m^t$ ) [ou symétrie composée ( $R_c$ ) par rapport à un plan transversal]	symétrie (ou symétrie avec glissement) par rapport à un axe transversal
8 antisymétrie ( $am^t$ ) [ou antisymétrie composée ( $aR_c$ ) par rapport à un plan transversal]	antisymétrie (ou antisymétrie avec glissement) par rapport à un axe transversal
9 symétrie ( $m^a$ ) [ou symétrie avec glissement ( $m^g$ ) par rapport à un plan axial]	symétrie (ou symétrie avec glissement) par rapport à un axe longitudinal
10 antisymétrie ( $am^a$ ) [ou antisymétrie avec glissement ( $am^g$ ) par rapport à un plan axial]	antisymétrie (ou antisymétrie avec glissement) par rapport à un axe longitudinal
11 rotation ( $r$ ) autour d'un axe binaire, normal à l'axe du cylindre	rotation autour d'un axe binaire, normal au plan de l'ornement
12 antirotation ( $ar$ ) autour d'un axe binaire, normal à l'axe du cylindre	antirotation autour d'un axe binaire, normal au plan de l'ornement

lores de base  $\mathcal{S}_t$  [v. colonne 3 Tableau 3 de Roman (1969a)].

(a) Classes de  $\mathcal{F}_{2t}^2$  correspondant à  $(c)mC_1$

A l'ornement bicolore à deux faces  $C_1c_{11}$  correspondent deux classes de  $\mathcal{F}_{2t}^2$ , une pour chaque colonne  $\mathcal{S}_2$ :  $(c)m_1^1C_1$ , et  $(c)m_1^2C_1$  [v. Figs. 1 et 2 de (1969b)\*], tandis qu' à l'ornement  ${}_1C_1d$  ne correspond aucune classe, puisque la combinaison de chacune de ses translations avec les rototranslations déterminées par les deux autres implique une colonne  $(c)m/k_1C_1d$ .

(b) Classes de  $\mathcal{F}_{2t}^2$  correspondant à  $(c)m/kC_1$

A l'ornement bicolore à deux faces  $C_1c_{11}$  correspondent trois classes de colonnes  $\mathcal{F}_{2t}^2$ , car  $T$  peut être associée avec une  $saRT$ , tandis que  $saT$  peut être associée avec une  $RT$  ou une  $saRT$  [v. Figs. 3–5 de Roman (1969b)]. A l'ornement  ${}_1C_1d$  (Figs. 1–6 pour  $m/k=4/2$ ) correspondent six classes, puisque chacune de ses translations ( $aT$ ,  $sT$ ,  $saT$ ) peut être associée avec les rototranslations déterminées par les deux autres ( $aRT$ ,  $sRT$ ,  $saRT$ ).

(c) Classes de  $\mathcal{F}_{2t}^2$  correspondant à  $(c)mC_2$

Si la colonne bicolore  $\mathcal{S}_2$  est  $(c)m_1C_2$ , on obtient: une classe de  $\mathcal{F}_{2t}^2$  de l'ornement  $C_2c_{11}$  [v. Fig. 6 de Roman (1969b)] et deux de  $C_2c_{21}$  (Fig. 7,  $m=4$ ; Fig. 8,  $m=3$ ), puisque la  $s$ -translation† du dernier peut devenir une  $sT$  ou  $sRT$  de la colonne.

Si la colonne bicolore est  $(c)m_2^1C_2$ , on obtient une

classe de  $\mathcal{F}_{2t}^2$  pour chacun des ornements bicolores à deux faces  $C_2c_{12}$  (Fig. 9,  $m=4$ ),  $C_2c_{22}$  (v. Fig. 7 de Roman (1969b)\*),  ${}_2C_2d_2$  (Fig. 11,  $m=4$ ); de même pour  $(c)m_2^3C_2$  [Figs. 10 et 12,  $m=3$ ; v. Fig. 8 de Roman (1969b)\*], tandis qu' à l'ornement  ${}_2C_2d_1$  ne correspond aucune classe, comme au point (a) pour  ${}_1C_1d$ .

(d) Classes de  $\mathcal{F}_{2t}^2$  correspondant à  $(c)m/kC_2$

Si la colonne  $\mathcal{S}_2$  est  $(c)m/k_1C_2$ , on obtient: une classe de  $\mathcal{F}_{2t}^2$  de l'ornement  $C_2c_{11}$  [v. Fig. 9 de Roman (1969b)\*] et trois de  $C_2c_{21}$  (Figs. 13, 14, 15,  $m/k=4/2$ ) puisque ses translations ( $T$ ,  $sT$ ) peuvent devenir: ( $T$ ,  $sRT$ ), ( $sT$ ,  $RT$ ) ou ( $sT$ ,  $sRT$ ) dans une colonne  $\mathcal{F}_{2t}^2$ . Si la colonne bicolore est  $(c)m/k_2^1C_2$ , il y a une classe pour chacun des ornements bicolores à deux faces  $C_2c_{12}$  (Fig. 16,  $m/k=4/2$ ),  $C_2c_{22}$  [v. Fig. 10 de Roman (1969b)\*],  ${}_2C_2d_2$  (Fig. 19,  $m/k=4/2$ ); les mêmes résultats pour  $(c)m/k_2^2C_2$  [Figs. 17 et 20,  $m/k=4/2$ ; v. Fig. 11 de Roman (1969b)\*] et pour  $(c)m/k_2^3C_2$  [Figs. 18 et 21,  $m/k=4/2$ ; v. Fig. 12 de Roman (1969b)\*]. A l'ornement  ${}_2C_2d_1$  correspondent six classes (Figs. 22–27,  $m/k=4/2$ ) (comme au point (b), pour  ${}_1C_1d$ ).

(e) Classes de  $\mathcal{F}_{2t}^2$  correspondant à  $(c)mC_{1d}$

Mêmes résultats qu' au point (b) (v. Figs. 13–15 de Roman (1969b)\* Fig. 28 et encore 5 Figures se déduisent des Figs. 1–6).

(f) Classes de  $\mathcal{F}_{2t}^2$  correspondant à  $(c)mC_{2d}$

Mêmes résultats qu' au point (d) [v. Figs. 16–19 de Roman (1969b)\*]. On obtient des Figures pour les nouvelles classes, si on refait les Figs. 13–27 avec  $k=m$ .

\* Le motif blanc est considéré sur une face tandis que le noir est sur l'autre.

† On appellera ainsi le produit de la translation et de la symétrie par rapport à  $P$  d'un ornement bicolore à deux faces.

\* Le motif blanc est considéré sur une face tandis que le noir est sur l'autre.

Tableau 2. Nombre des classes des colonnes  $\mathcal{F}_{2t}$

Ornement plan	Classe de $\mathcal{S}$ en Roman (1969a)	Nombre d'ordre des classes de $\mathcal{S}_2$ en Roman (1969b)	Nombre d'ordre des classes de $\mathcal{F}_{2t}$	Nombre de classes de					
				$\mathcal{F}'_{2e}$	$\mathcal{F}'_{2i}$	$\mathcal{F}''_{2F}$	$\mathcal{F}''_{2aF}^{\text{unic}}$	$\mathcal{F}''_{2aF}^{\text{bic}}$	$\mathcal{F}^2_{2t}$
$C_1$	$(c)mC_1$	1, 2	1–11	2	2	2	1	2	2
	$(c)m/kC_1$	3–5	12–33	3	3	3	1	3	9
$C_2$	$(c)mC_2$	6–8	34–55	3	3	3	1	3	9
	$(c)m/kC_2$	9–12	56–91	4	4	4	1	4	19
$C_{1d}$	$(c)mC_{1d}$	13–15	92–113	3	3	3	1	3	9
$C_{2d}$	$(c)mC_{2d}$	16–19	114–149	4	4	4	1	4	19
$C_s^I$	$(c)mC_s^{Ia}$	20–24	150–199	5	5	5	1	5	29
	$(c)mC_s^{Ia}$	25–29	200–249	5	5	5	1	5	29
$C_s^{II}$	$(c)mC_s^{IIa}$	30, 31	250–263	2	2	2	1	2	5
	$(c)mC_s^{IIa}$	32, 33	264–277	2	2	2	1	2	5
$C_{2v}^I$	$(c)mC_{2v}^I$	34–41	278–393	8	8	8	1	8	83
$C_{2v}^{II}$	$(c)mC_{2v}^{II}$	42–44	394–415	3	3	3	1	3	9
$C_{2v}^{III}$	$(c)mC_{2v}^{IIIa}$	45–49	416–465	5	5	5	1	5	29
	$(c)mC_{2v}^{IIIa}$	50–54	466–515	5	5	5	1	5	29
$C_s^{III}$	$(c)mC_s^{IIIa}$	55–57	516–537	3	3	3	1	3	9
	$(c)mC_s^{IIIa}$	58–60	538–559	3	3	3	1	3	9
$C_{2v}^{IV}$	$(c)mC_{2v}^{IV}$	61–67	560–637	7	7	7	1	7	49
		Total		67	67	67	17	67	352

(g) Classes de  $\mathcal{F}_{2t}^2$  correspondant à  $(c)mC_s^{I_t}$

Si la colonne  $\mathcal{S}_2$  est  $(c)m_i C_s^{I_t}$ , on obtient une classe de  $\mathcal{F}_{2t}^2$  pour chacun des ornements bicolores à deux faces  $C_s^I c_{ki}$ , ( $i, k = 1, 2, 3, 4, 5$ ) et pour  ${}_j C_s^I d_1, {}_j C_s^I d_2$  ( $j = 3, 4$ ). Les Figs. 32 et 33 de Roman (1965) conduisent facilement aux Figures correspondantes de  $\mathcal{F}_{2t}^2$ .

(h) Classes de  $\mathcal{F}_{2t}^2$  correspondant à  $(c)mC_s^{II_a}$

Même raisonnement que précédemment.

(i) Classes de  $\mathcal{F}_{2t}^2$  correspondant à  $(c)mC_s^{III_t}$

Si la colonne  $\mathcal{S}_2$  est  $(c)m_j C_s^{III_t}$ , on obtient une classe de  $\mathcal{F}_{2t}^2$  pour chacun des ornements bicolores à deux faces  $C_s^{III} c_{1j}, C_s^{III} c_{2j}$  ( $j = 1, 2$ ) et pour  ${}_2 C_s^{III} d$ . Les 5 derniers dessins de la Fig. 4 de Roman (1965) conduisent aux Figures correspondantes de  $\mathcal{F}_{2t}^2$ .

(j) Classes de  $\mathcal{F}_{2t}^2$  correspondant à  $(c)mC_s^{II_a}$

Mêmes résultats que précédemment.

(k) Classes de  $\mathcal{F}_{2t}^2$  correspondant à  $(c)mC_{2v}^I$

Si la colonne  $\mathcal{S}_2$  est  $(c)m_1 C_{2v}$  on obtient: une classe de  $\mathcal{F}_{2t}^2$  pour chacun des ornements  $C_{2v}^I c_{i1}$  ( $i = 1, 4$ ) et deux classes de  $\mathcal{F}_{2t}^2$  pour chacun des ornements  $C_{2v}^I c_{j1}$  ( $j = 2, 3, 5$ ).

La présence de deux classes s'explique ainsi:

L'ornement  $C_{2v}^I c_{21}$  admet une antisymétrie par rapport à un axe longitudinal (ou transversal) et une antirotation autour d'un axe binaire transversal (ou longitudinal). D'après 10 (ou 8) du Tableau 1(b) et 8 (ou 10) du Tableau 1(a) les colonnes qui en résultent ont une  $am^a$  (ou  $am^t$ ) et une  $sam^t$  (ou  $sam^a$ ). Les translations

fondamentales  $t_1$  et  $st_2$  des ornements  $C_{2v}^I c_{31}$  et  $C_{2v}^I c_{51}$  conduisent à des colonnes avec une  $T$  ou une  $sT$  fondamentale (Figs. 29 et 30). Les mêmes résultats pour  $(c)m_4 C_{2v}^I$  (Figs. 31 et 32 pour  $C_{2v}^I c_{24}$ ).

Si la colonne  $\mathcal{S}_2$  est  $(c)m_j C_{2v}^I$  ( $j = 2, 3, 5$ ) on obtient deux classes de  $\mathcal{F}_{2t}^2$  pour chacun des ornements bicolores à deux faces  $C_{2v}^I c_{ij}$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ). Les 19 types d'ornements bicolores à deux faces  ${}_2 C_{2v}^I d_i$  ( $i = 1, 2$ ),  ${}_3 C_{2v}^I d_j$  ( $j = 1, \dots, 6$ ),  ${}_4 C_{2v}^I d_k$  ( $k = 1, \dots, 4$ ),  ${}_5 C_{2v}^I d_h$  ( $h = 1, \dots, 7$ ) engendrent chacun deux classes de  $\mathcal{F}_{2t}^2$ , sauf  ${}_4 C_{2v}^I d_1$  qui fournit une seule classe. Il y a deux classes de colonnes, puisque les deux directions de translation fondamentale de l'ornement sont discernables, soit par rapport à la  $t_1$  et  $st_1$  soit par rapport aux autres éléments de symétrie. Les figures pour toutes ces colonnes s'obtiennent en partant des Figs. 53, 54 et 55 de Roman (1965).

(l) Classes de  $\mathcal{F}_{2t}^2$  correspondant à  $(c)mC_{2v}^{II}$

Si la colonne  $\mathcal{S}_2$  est  $(c)m_i C_{2v}^{II}$  ( $i = 1, 2$ ), on obtient une classe de  $\mathcal{F}_{2t}^2$  pour l'ornement bicolore à deux faces  $C_{2v}^{II} c_{11}$  et deux classes de  $\mathcal{F}_{2t}^2$  pour chacun des ornements bicolores à deux faces  $C_{2v}^{II} c_{2i}, C_{2v}^{II} c_{12}, {}_2 C_{2v}^{II} d$ . L'apparition de deux classes s'explique par la présence d'une rototranslation (ou antirototranslation) autour d'un axe binaire, transversal ou longitudinal, de l'ornement tel que la colonne puisse avoir une  $sR_c$  ( $saR_c$ ) ou une  $sm^g$  ( $sam^g$ ), d'après 7-10 du Tableau 1(a). Les 5 derniers dessins de la Fig. 6 de Roman (1965) permettent d'obtenir les Figures pour ces colonnes  $\mathcal{F}_{2t}^2$ .

(m) Classes de  $\mathcal{F}_{2t}^2$  correspondant à  $(c)mC_{2v}^{III_a}$  et

(n) Classes de  $\mathcal{F}_{2t}^2$  correspondant à  $(c)mC_{2v}^{III_t}$

Tableau 3. Classes et symétries des colonnes  $\overline{\mathcal{F}}_2$

Nombre d'ordre	Colonne $\mathcal{F}_2$		Symétries admises									
	Classe	Genre	RT	aRT	F	aF	sRT	saRT	r	ar	sr	sar
1	$(c)\alpha_1 C_1 a$	$\overline{\mathcal{F}}_2'$	+	+								
2	$(c)\alpha C_1 b_1$	$\overline{\mathcal{F}}_2^{unic}$ $2aF$	+			+	+					
3	$(c)\alpha_1 C_1 b_2$	$\overline{\mathcal{F}}_2''$ $2F$	+	+	+		+	+				
4	$(c)\alpha_1 C_1 b_3$	$\overline{\mathcal{F}}_2^{bic}$ $2aF$	+	+		+	+	+				
5	$(c)\alpha C_1 c_{11}$	$\overline{\mathcal{F}}_2^2$	+					+				
6	$(c)\alpha_1 C_1 d_1$	$\overline{\mathcal{F}}_2^2$		+				+	+			
7	$(c)\alpha_1 C_2 a$	$\overline{\mathcal{F}}_2'$	+								+	
8	$(c)\alpha C_2 b_1$	$\overline{\mathcal{F}}_2^{unic}$ $2aF$				+	+	+	+			
9	$(c)\alpha_1 C_2 b_2$	$\overline{\mathcal{F}}_2''$ $2F$	+		+		+			+		+
10	$(c)\alpha_1 C_2 b_3$	$\overline{\mathcal{F}}_2^{bic}$ $2aF$	+			+	+	+		+	+	
11	$(c)\alpha C_2 c_{11}$	$\overline{\mathcal{F}}_2^2$	+									+
12	$(c)\alpha C_2 c_{21}$	$\overline{\mathcal{F}}_2^2$	+					+			+	+
13	$(c)\alpha_2 C_2 a$	$\overline{\mathcal{F}}_2'$	+	+						+	+	
14	$(c)\alpha_2 C_2 b_2$	$\overline{\mathcal{F}}_2''$ $2F$	+	+	+		+	+	+	+	+	+
15	$(c)\alpha_2 C_2 b_3$	$\overline{\mathcal{F}}_2^{bic}$ $2aF$	+	+		+	+	+	+	+	+	+
16	$(c)\alpha C_2 c_{12}$	$\overline{\mathcal{F}}_2^2$	+	+							+	+
17	$(c)\alpha C_2 c_{22}$	$\overline{\mathcal{F}}_2^2$	+						+	+	+	+
18	$(c)\alpha_2 C_2 d_1$	$\overline{\mathcal{F}}_2^2$		+				+	+	+	+	+
19	$(c)\alpha_2 C_2 d_2$	$\overline{\mathcal{F}}_2^2$	+					+		+	+	+



Mêmes résultats qu'au point (g). Les Figures pour toutes ces colonnes, s'obtiennent à l'aide des Figs. 7<sub>2</sub>-7<sub>5</sub> de Roman (1965).

(o) Classes de  $\mathcal{F}_{2i}^2$  correspondant à  $(c)mC_s^{IIIr}$

Si la colonne  $\mathcal{S}_2$  est  $(c)m_i C_s^{IIIr}$  ( $i=1,2,3$ ), on obtient une classe de  $\mathcal{F}_{2i}^2$  pour chacun des ornements bicolores à deux faces  $C_s^{III}c_{ki}$  ( $k,i=1,2,3$ ) (Fig. 33 en est un exemple). A l'aide des 9 derniers dessins des Figs. 8, 8<sub>2</sub> de Roman (1965), on peut obtenir les Figures de ces colonnes  $\mathcal{F}_{2i}^2$ .

(p) Classes de  $\mathcal{F}_{2i}^2$  correspondant à  $(c)mC_s^{IIIa}$

Mêmes résultats que précédemment (p. ex. Fig. 34).

(q) Classes de  $\mathcal{F}_{2i}^2$  correspondant à  $(c)mC_{2v}^{IV}$

Si la colonne  $\mathcal{S}_2$  est  $(c)m_i C_{2v}^{IV}$  ( $i=1,2,3,4,5$ ) on obtient une classe de  $\mathcal{F}_{2i}^2$  pour chacun des ornements bicolores à deux faces  $C_{2v}^{IV}c_{jk}$  ( $j,k=1,3,4$ ) et deux classes de  $\mathcal{F}_{2i}^2$  pour chacun des 16 autres ornements bicolores à deux faces  $C_{2v}^{IV}c_{hi}$  ( $h,i=1,2,3,4,5$ ) ainsi que pour chacun des quatre ornements bicolores à deux faces  $pC_{2v}^{IV}d_q$  ( $p=2,5; q=1,2$ ) (exemples: Figs. 35 et 36). La présence de deux classes s'explique par l'existence de deux symétries différentes (transversale et longitudinale) dans l'ornement.\* Les 4 derniers dessins de la Fig. 9<sub>2</sub> et des Figs. 9<sub>3</sub>-9<sub>5</sub> de Roman (1965) permettent de construire les Figures pour ces colonnes  $\mathcal{F}_{2i}^2$ .

Le Tableau 2 résume les conclusions des §§ 2.3 et 2.4.

2.5. Les colonnes  $\overline{\mathcal{F}}_2^2$

Des considérations analogues à celles du § 6 de Roman (1969a) conduisent aux conclusions suivantes:

\* Par exemple: rotation autour d'un axe binaire longitudinal de  $P$  et antirotation autour d'un axe binaire transversal de  $P$  (dans  $C_{2v}^{IV}c_{12}, c_{15}, c_{42}, c_{45}$ ) ou antisymétrie par rapport à un axe longitudinal et antirotation autour d'un axe binaire transversal de  $P$  (dans  $C_{2v}^{IV}c_{21}, c_{24}, c_{51}, c_{54}$ ) etc.

Aux types  $C_1c_{11}, {}_1C_1d, C_2c_{11}, C_2c_{21}, C_2c_{12}, C_2c_{22}, {}_2C_2d_1$  et  ${}_2C_2d_2$  [d'ornements bicolores à deux faces, dans un réseau de parallélogrammes - v. Figs. 1 et 2 de Roman (1965)] correspondent des colonnes  $\overline{\mathcal{F}}_2^2$  (sans translation) si l'angle de rotation de la  $aRT, saRT, sRT$ , ou  $RT$  fondamentale est de la forme  $2\pi\alpha$ ,  $\alpha$  nombre irrationnel de l'intervalle (0,1). Ces colonnes  $\overline{\mathcal{F}}_2^2$  seront notées en faisant précéder de  $(c)\alpha$  le type de l'ornement bicolore à deux faces. On peut noter, de la même façon, les colonnes  $\overline{\mathcal{F}}_2'$  et  $\overline{\mathcal{F}}_2''$ .

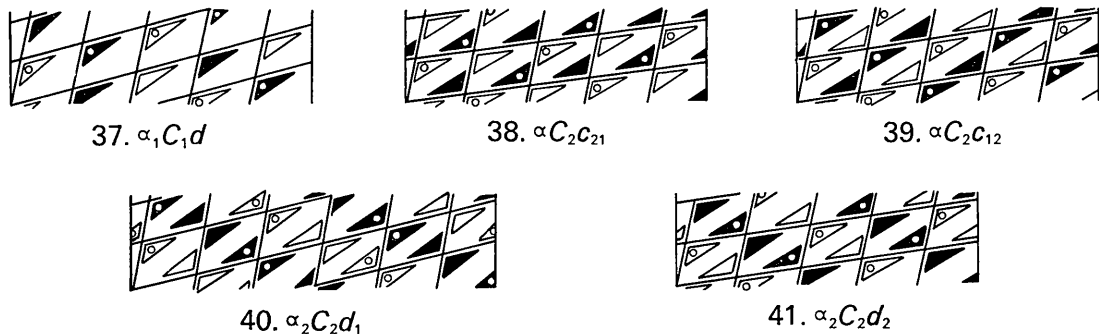
Le Tableau 3 précise les symétries de ces classes de colonnes transparentes, bicolores, sans translation.

Puisque les autres types admissibles d'ornements bicolores à deux faces (v. § 2.4) ont des axes de symétrie ou antisymétrie (avec ou sans glissement), ou bien des axes de rotation ou antirotation (avec ou sans translation) - axes situés dans le plan du réseau de l'ornement - les colonnes  $\mathcal{F}_2$  correspondantes admettent comme symétrie une translation et n'appartiennent plus à  $\overline{\mathcal{F}}_2$ .

Pour les colonnes des classes 1, 7, 13, v. Figs. 68-70 de Roman (1969b); pour les classes 2, 8, v. Fig. 76 de Roman (1969a) où dans chaque maille on introduit un motif ou deux motifs symétriques par rapport au centre de la maille, motifs blancs sur une face de la colonne et noirs sur l'autre; pour les classes 3, 9, 14, v. Figs. 68-70 de Roman (1969b), où les motifs sont situés sur les deux faces de la colonne tandis que pour les classes 4, 10, 15 dans les mêmes Figures les motifs blancs sur une face sont noirs sur l'autre et réciproquement; pour les classes 5, 11, 17, dans les mêmes Figures, les motifs blancs sont situés sur une face, les noirs sur l'autre. Les classes 6, 12, 16, 18, 19 sont donc nouvelles et des fragments de leurs développées se trouvent dans les Figs. 37-41.

2.6. Les colonnes  $\mathcal{F}_2^2$  continues

Si l'on fait tendre  $m$  vers l'infini dans les classes de  $\overline{\mathcal{F}}_2^2$



Figs. 37-41. Fragments des développements plans de colonnes  $\overline{\mathcal{F}}_2^2$ .

- Motif noir, situé sur la face extérieure de  $S$ .
- Motif blanc, situé sur la face extérieure de  $S$ .
- Motif noir, situé sur la face intérieure de  $S$ .
- Motif blanc, situé sur la face intérieure de  $S$ .

et dans les 39 premières classes des  $\mathcal{F}_{2i}^2$ , du Tableau 2, on obtient les colonnes transparentes bicolores bifaciales semicontinues obliques (sans rotation): (a) alternative alternée\* (Figs. 42 et 43), (b) axiale paire† alternée (Fig. 44), (c) axiale paire axialement alternée (Fig. 45), (d) axiale alternative alternée (Fig. 46), (e) axiale alternative axialement alternée (Fig. 47), (f) axiale alternative paire (Figs. 48 et 49).

Les mêmes colonnes peuvent admettre une rotation d'amplitude  $2\pi/m$  si l'angle  $\alpha$  de la développée plane de l'hélice (déterminée par la rototranslation) avec la génératrice du cylindre est donné par la relation  $\text{tg}\alpha = 2\pi/mh$  (où  $h$  est le pas de l'hélice).

Si l'on fait tendre  $m$  vers l'infini dans les autres classes de  $\mathcal{F}_{2i}^2$ , on obtient les colonnes transparentes bicolores bifaciales semicontinues annulaires (qui admettent la rotation d'amplitude quelconque comme symétrie) de types (a')–(f') analogues aux précédents (dans les Figs. 42–49, les développées des hélices deviennent perpendiculaires aux génératrices de  $S$ ).

Si l'on fait tendre  $h$  vers zéro dans les classes de  $\mathcal{F}_{2i}^2$ , on obtient les colonnes transparentes bicolores bifaciales semicontinues longitudinales, de types (a'')–(f'') analogues aux précédents (dans les Figs. 42–49, les développées des hélices deviennent parallèles aux génératrices de  $S$ ).

\* Alternative – les couleurs sont alternées sans que les motifs aient une symétrie; alternée – les motifs continus voisins de couleurs différentes se trouvent sur des faces différentes du cylindre  $S$ .

† Axiale paire – le motif d'une couleur admet une axe de symétrie, dans le développement plan de  $S$ .

immédiatement des symétries des colonnes  $\mathcal{F}_{2i}^2$ , dont elles sont les limites.

### 2.7. Les colonnes $\mathcal{F}_{2c}$

Les colonnes  $\mathcal{F}'_{2c}$  coïncident avec les colonnes  $\mathcal{S}_{2c}$ ; il y en a donc 244 types. Le nombre de types des colonnes  $\mathcal{F}''_{2Fc}$  et  $\mathcal{F}''_{2aFc}$  est aussi celui de  $\mathcal{S}_{2c}$ , puisqu'elles sont bicolores sur une face. Le nombre de types des colonnes  $\mathcal{F}''_{2aFc}$  est 75, le même que celui des colonnes  $\mathcal{S}_c$ . Quant à leur symétrie, v. § 2.3.

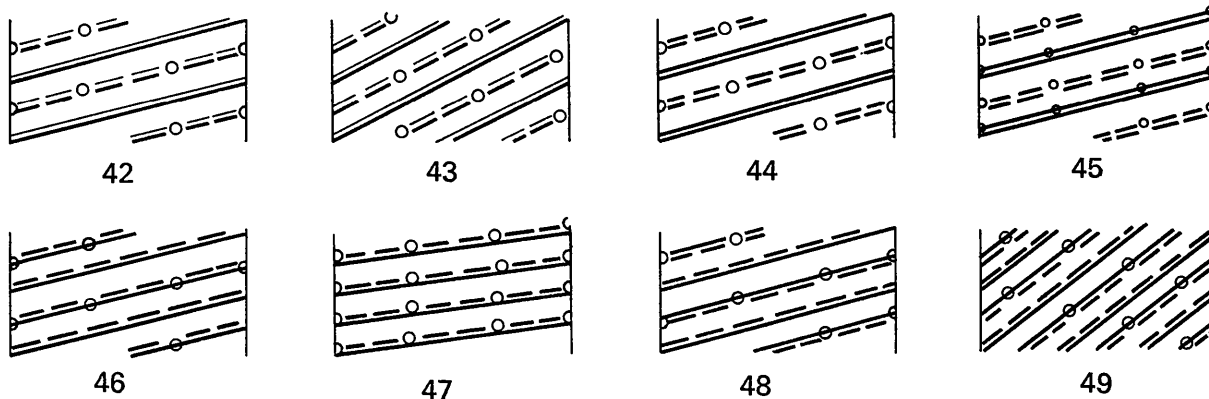
Les types des colonnes  $\mathcal{F}''_{2c}$  se déduisent de  $\mathcal{F}_{2i}^2$ , en particulierisant  $m$  et  $m/k$  (cf. Roman, 1969a,b).

Les classes des colonnes  $\mathcal{F}_{2i}^2$ , qui dérivent d'ornements bicolores, dont la notation contient  $c_{ii}$  ( $i=1,2,3,4,5$ ), conduisent à des colonnes  $\mathcal{F}_{2c}^2$  équivalentes à  $\mathcal{S}_{2c}$ , si on remplace dans ces dernières les antisymétries avec les  $s$ -antisymétries, étant donné la signification de  $c_{ii}$  (v. Roman (1965), § 3a, pp. 236–238 et les Figures correspondantes). Ces types de colonnes  $\mathcal{F}_{2c}^2$  résultent de 67 classes de  $\mathcal{F}_{2i}^2$  et leur nombre est 244.

Le nombre des autres types de  $\mathcal{F}_{2c}^2$  (qu'on peut appeler 'propres' ou colonnes bicolores transparentes cristallographiques, proprement-dites) est précisé dans ce qu'il suit, dans l'ordre du § 2.4:

- (a) aucun;
- (b)  $m/k = 4/2, 6/2$  ou  $-6/2$ , dans chacune des six classes déduites de l'ornement  ${}_1C_1d$ ;
- (c)  $m = 2, 4, 6, -4$  ou  $6$ , dans chacune des trois classes avec  $T$ , déduites des ornements  $C_2c_{21}, C_2c_{12}, {}_2C_2d_2$ , tandis que dans les trois autres  $m = 1, 3$  ou  $-3$ ;
- (d)  $m/k = 4/2, 6/2, 6/3$  ou  $-6/2$ , dans chacune des trois classes avec  $RT$ , déduites des ornements  $C_2c_{21}$ ,

Les symétries de toutes ces colonnes se déduisent



Figs. 42–49. Fragments des développements plans de colonnes transparentes, bicolores, bifaciales, semicontinues obliques; (42) et (43) alternative alternée, (44) axiale paire alternée, (45) axiale paire axialement alternée, (46) axiale alternative alternée, (47) axiale alternative axialement alternée, (48) et (49) axiale alternative paire.

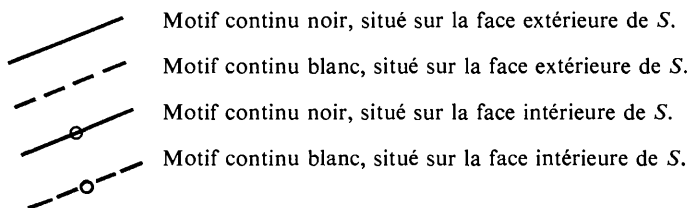




Tableau 4. Nombre de types des colonnes  $\mathcal{F}_{2c}^2$

Ornement plan	Lettre d'ordre	Classe de $\mathcal{S}$ Roman (1969a)	Nombre des classes 'propres' de $\mathcal{F}_{2i}^2$ , dans lesquelles $m$ (ou $m/k$ ) prend			Nombre des classes 'impropres' de $\mathcal{F}_{2i}^2$	Nombre de types de $\mathcal{F}_{2i}^2$
			3 valeurs	4 valeurs	5 valeurs		
$C_1$	$a$	$(c)mC_1$	—	—	—	2	—
	$b$	$(c)m/kC_1$	6	—	—	3	18
$C_2$	$c$	$(c)mC_2$	3	—	3	3	24
	$d$	$(c)m/kC_2$	12	3	—	4	48
$C_{1d}$	$e$	$(c)mC_{1d}$	6	—	—	3	18
$C_{2d}$	$f$	$(c)mC_{2d}$	12	3	—	4	48
$C_s^I$	$g$	$(c)mC_s^{Iu}$	21	—	3	5	78
	$h$	$(c)mC_s^{Ia}$	18	—	6	5	84
$C_s^{II}$	$i$	$(c)mC_s^{IIu}$	3	—	—	2	9
	$j$	$(c)mC_s^{IIa}$	3	—	—	2	9
$C_{2v}^I$	$k$	$(c)mC_{2v}^I$	51	—	24	8	273
$C_{2v}^{II}$	$l$	$(c)mC_{2v}^{II}$	6	—	—	3	18
$C_{2v}^{III}$	$m$	$(c)mC_{2v}^{IIIa}$	24	—	—	5	72
	$n$	$(c)mC_{2v}^{IIIu}$	18	—	6	5	84
$C_s^{III}$	$o$	$(c)mC_s^{IIIu}$	6	—	—	3	18
	$p$	$(c)mC_s^{IIIa}$	6	—	—	3	18
$C_{2v}^{IV}$	$q$	$(c)mC_{2v}^{IV}$	42	—	—	7	126
		Total	237	6	42	67	945

$C_{2c}c_{12}$ ,  ${}_2C_{2d}d_2$ , tandis que dans les autres  $m/k=4/2, 6/2$  ou  $-6/2$ ;

(e)  $m=2, 4$  ou  $6$ , dans chaque classe déduite de l'ornement  ${}_1C_1d$  (parce qu'il n'y a pas une  $R^*$  fondamentale);  
 (f)  $m=2,3,4$  ou  $6$ , dans chaque classe avec  $R$ , déduite des ornements  $C_{2c}c_{21}, C_{2c}c_{12}, {}_2C_{2d}d_2$  [ $m=1$  conduit à une classe du point (c)] dans les autres classes,  $m=2, 4$  ou  $6$ ;

(g)  $m=1, 2, 3, 4$  ou  $6$ , dans chaque classe déduite des ornements  $C_{3c}^Ic_{31}, C_{3c}^Ic_{13}, {}_3C_{3d}^Id_1$  (puisqu'elles admettent  $R$ ); dans les autres classes,  $m=2, 4$  ou  $6$ ;

(h)  $m=1, 2, 3, 4$  ou  $6$ , dans chaque classe déduite des ornements  $C_{pq}^Ic_{pq}$  ( $pq=21, 51, 12, 52, 15, 25$ ) puisqu'elles admettent  $R$ ; dans les autres classes  $m=2, 4$  ou  $6$ ;

(i)  $m=1, 2$  ou  $3$  dans chaque classe, puisqu'il y a une  $s$ -symétrie (ou une  $s$ -antisymétrie) composée);†

(j)  $m=2, 4$  ou  $6$ , dans chaque classe, puisqu'il n'y a pas une  $R$  fondamentale);

(k)  $m=1, 2, 3, 4$  ou  $6$ , dans chacune des 24 classes déduites des ornements  $C_{2v}^Ic_{pq}$  (où  $pq=21, 21, 31, 51, 12, 12, 32, 52, 13, 23, 53, 15, 25$ , ou  $35$ ) et  $C_{2v}^Id_{rs}$  (où  $rs=12, 12, 13, 22, 23, 35, 43, 45, 65$  ou  $75$ )‡ et qui admettent  $R$ ;  $m=2, 4$  ou  $6$ , dans les autres 51 classes 'propres';\*\*

(l)  $m=1, 2$  ou  $3$  [comme au point (i)], dans chacune des six classes 'propres';

(m)  $m=1, 2$  ou  $3$  [comme aux point (i)], dans chacune des 24 classes 'propres';

(n)  $m=1, 2, 3, 4$  ou  $6$ , dans chacune des six classes déduites des ornements  $C_{2v}^{III}c_{pq}$ , (où  $pq=21, 31, 12, 32, 13$  ou  $23$ ) et qui admettent  $R$ ;  $m=2, 4$  ou  $6$ , dans les autres 18 classes 'propres';

(o) et (p)  $m=2, 4$  ou  $6$ ††, dans chacune des six classes 'propres';

(q)  $m=2, 4$  ou  $6$ , dans chacune des 42 classes 'propres'.

Le Tableau 4 résume les conclusions de ce paragraphe, dont les résultats concordent avec ceux de Galiarski & Zamorzaev (1965).

Les Figs. 1-36, qui donnent des fragments de développements des colonnes  $\mathcal{F}_{2i}^2$ , sont des exemples de  $\mathcal{F}_{2c}^2$  'propres', les valeurs de  $m$ (ou  $m/k$ ) étant inscrites sous chaque Figure.

†† Dans les classes de  $\mathcal{F}_{2i}^2$ , dont le développement plan est un ornement du réseau rhombique,  $m$  est pair, à cause de la  $RT$  ( $aTR, sRT$  ou  $saRT$ ) fondamentale, tandis que  $R$  ( $aR, sR$  ou  $saR$ ) de la colonne est d'ordre  $m/2$ .

Références

GALIARSKI, E. M. & ZAMORZAEV, A. M. (1965). *Kristallografiya*, **10**, 147.  
 HERMAN, C. (1928). *Z. Kristallogr.* **69**, 250.  
 JAŠKOWSKI, S. (1952). *O symetrii w zdobnictwie i przyrodzie*, Warszawa: P.Z.W.S.  
 NERONOVA, N. N. & BELOV, N. V. (1961). *Kris:allografiya*, **6**, 3.  
 PABST, A. (1962). *Z. Kristallogr.* **117**, 128.  
 ROMAN, T. (1965). *Bull. math. Soc. Sci. Math. Phys. R. P. Roum.* **7(55)**, 231.  
 ROMAN, T. (1966). *Stud. Cercet. matematica*, **18**, 133.  
 ROMAN, T. (1969a). *Z. Kristallogr.* **128**, 300.  
 ROMAN, T. (1969b). *Bull. math. Soc. Sci. Math. R. S. Roum.* **13 (61)**, 465.

\* Si une colonne  $\mathcal{F}_{2i}^2$  admet une  $aR, sR$  ou  $saR$ , alors  $m$  doit être pair, pour que cette rotation répétée  $m$  fois donne l'identité; s'il y a une  $R$  fondamentale, alors  $m$  peut être un nombre naturel quelconque.

† Dans une classe de  $\mathcal{F}_{2i}^2$ , avec  $sRc$  ( $aRc$  ou  $saRc$ ), l'ordre de la composante rotationnelle de cette symétrie composée est le double de l'ordre de la  $R$  ( $aR, sR$  ou  $saR$ ) fondamentale.

‡ Pour la répétition des paires des indices, v. § 2.4(k).

\*\* Ce sont les classes qui conduisent à des colonnes  $\mathcal{F}_{2c}^2$  'propres'.